

优势关系下分配约简矩阵算法的程序实现

徐伟华, 柴昱洲, 李 坚, 李 严, 宋 侃, 邹汶濮

(重庆理工大学 数学与统计学院, 重庆 400054)

摘 要: 依据计算不协调优势关系信息系统分配约简的矩阵算法, 使用 C++ 语言编程实现在优势关系信息系统中计算分配约简的快速计算, 并将程序开发成软件。作为简便的计算工具, 软件功能上实现了优势类、分配矩阵、优势矩阵、分配约简、核的计算和输出, 为优势关系下计算分配约简提供了便利工具。

关 键 词: 粗糙集; 优势关系; 分配约简; 矩阵算法; 程序实现

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1674-8425(2011)04-0117-06

Programming Realization of Matrix Algorithm to Assignment Reduction based on Dominance Relation

XU Wei-hua, CHAI Yu-zhou, LI Jian, LI Yan, SONG Kan, ZOU Wen-pu

(School of Mathematics and Statistics, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China)

Abstract Dominance relation is a very important binary relation in rough set theory. And to compute the assignment reduction in information system based on dominance relation is a significant step of knowledge discovery. In this paper, we employ C++ language to realize fast computing of the assignment reduction on the basis of matrix algorithm, and a software to compute the assignment reduction is developed. As a simple and convenient computing tool, the software achieves functionally the computing and outputting of dominance class, assignment matrix, dominance matrix, assignment reduction and core. The software can make it convenient to compute the assignment reduction and provide a reference for massive data processing.

Key words rough set; dominance relation; assignment reduction; matrix algorithm; programming realization

收稿日期: 2010-12-21

基金项目: 重庆理工大学大学生创新性实验计划资助项目 (CS200901)

作者简介: 徐伟华 (1979-), 男, 山西大同人, 博士, 副教授, 主要从事粗糙集、模糊集、人工智能的数学基础等方面研究。

粗糙集理论是近年来发展起来的一种描述和处理不精确性、不确定性以及模糊知识的软计算工具。经过多年的发展,该理论已被成功地用于决策支持系统、人工智能、数据挖掘、模式识别与智能信息处理等领域^[1-3],并越来越引起了国际学术界的关注。

经典粗糙集理论是以完备信息系统为研究对象,并以等价关系(满足自反性、对称性、传递性)为基础,通过等价关系把论域分成的互不相交的等价类构成论域的划分,划分越细,知识越丰富,信息越充分。然而,在实际问题中,有许多信息系统由于噪声、信息缺损等原因并不是基于等价关系的,而且是不协调的^[4-5],这极大地限制了粗糙集理论的研究和应用,所以,在实际问题中人们将等价关系放宽为相容关系、相似关系、优势关系等,将粗糙集理论进行了推广^[6-7]。

知识约简是粗糙集理论的核心问题之一。一般说来,描述不同对象特征的属性集是较大的,但是对基于信息系统中对象分类的知识发现来说有些属性并不是总是必要的。所谓知识约简,就是在保持知识库分类能力不变的条件下,删除其中不相关或不重要的属性。通过知识约简去掉那些不必要的属性集,可以使知识表示简化,同时又不会丢失基本信息。经典粗糙集理论对知识约简的研究是在等价关系下的信息系统中进行的,然而实际中由于各种原因,许多信息系统是基于优势关系的不协调信息系统,如果要从这些信息系统中获取简洁的不确定性命题,就必须对信息系统进行知识约简,因此,对基于优势关系下的不协调目标信息系统知识约简的研究是非常有意义和必要的^[8-9]。

1 基本概念

定义 1^[7] 称 $S = (U, A, F, D, G)$ 为目标信息系统,其中: $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为非空有限论域; $A = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$ 为非空有限条件属性集; $D = \{d_1, d_2, \dots, d_q\}$ 是非空有限目标属性集(决策属性集); $F = \{f_k: U \rightarrow V_k, k \leq p\}$ 是 U 与 A 的关系集, V_k 是 a_k 的有限值域; $G = \{g_k: U \rightarrow V_k, k' \leq q\}$ 是 U 与 D 的关系集, V_k 是 d_k 的有限值域。

定义 2^[7] 设 S 为目标信息系统,对于 $B \subseteq A$, 记

$$R_B^{\leq} = \{(x_i, x_j) \mid f_i(x_i) \leq f_i(x_j), \forall a_i \in B\}$$

$$R_D^{\leq} = \{(x_i, x_j) \mid g_m(x_i) \leq g_m(x_j), \forall d_m \in D\}$$

称 R_B^{\leq}, R_D^{\leq} 是目标信息系统上的优势关系,称 S 为优势关系目标信息系统,记

$$[x_i]_{R_B^{\leq}} = \{x_j \mid f_i(x_i) \leq f_i(x_j), \forall a_i \in B\}$$

称 $[x]_{R_B^{\leq}}$ 为对象 x 在优势关系 R_B^{\leq} 下的优势类。

为了叙述方便,本文中的目标信息系统 S 均指定义 2 中的优势关系目标信息系统 $S = (U, A, F, D, G)$ 。

定义 3^[7] 设 S 为目标信息系统,如果 $R_A^{\leq} \subseteq R_D^{\leq}$, 称 S 是协调的;否则,称 S 是不协调的。

定义 4^[7] 设 S 为目标信息系统, $B \subseteq A, R_B^{\leq}$ 是 S 上的优势关系,对于任意 $X \subseteq U, X$ 在 R_B^{\leq} 下的下近似和上近似分别定义为:

$$\underline{R_B^{\leq}}(X) = \{x \in U \mid [x]_{R_B^{\leq}} \subseteq X\}$$

$$\overline{R_B^{\leq}}(X) = \{x \in U \mid [x]_{R_B^{\leq}} \cap X \neq \emptyset\}$$

若 $\underline{R_B^{\leq}}(X) = \overline{R_B^{\leq}}(X)$, 称 X 在 S 中关于 R_B^{\leq} 是可定义的;否则,称 X 在 S 中关于 R_B^{\leq} 是粗糙的。

定义 5^[7] 设 S 为目标信息系统, $B \subseteq A$, 若 $R_B^{\leq} = R_A^{\leq}$, 则称 B 是 S 的协调集。如果 B 是协调集,且 B 的任何真子集不是协调集,则称 B 为 S 的一个约简。 S 的所有约简的交,称为 S 的核。

定义 6^[7] 设 S 为目标信息系统,记

$$\sigma_B^{\leq}(x) = \{D_j \mid D_j \cap [x]_{R_B^{\leq}} \neq \emptyset, x \in U\}$$

若 $\forall x \in U$, 有 $\sigma_B(x) = \sigma_A(x)$, 则称 B 是 S 的分配协调集。若 B 是分配协调集,且 B 的任何真子集不是分配协调集,则称 B 为 S 的分配约简。

2 不协调 S 分配约简的矩阵算法

本文主要工作是编程实现文献[10]中计算不协调优势关系目标信息系统分配约简的矩阵算法,并尝试进行软件开发。

定义 7^[10] 设 S 为目标信息系统, $B \subseteq A$, 记

$$M_B = (m_{ij})_{n \times n} = \begin{cases} 1 & x_j \in [x_i]_{R_B^{\leq}} \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

称 M_B 为 B 的优势矩阵。记 $|B| = l$ 也称 M_B 是 S

的 l 级优势矩阵。

定义 8^[10] 设 S 为目标信息系统, 记

$$M_D = (r_{ij})_{n \times n} = \begin{cases} 1 & [x_j]_D^{\leq} \in \sigma_A(x_i) \\ 0 & \text{other} \end{cases}$$

称矩阵 M_D 为 S 的目标分配矩阵。

定理 1^[10] 在目标信息系统 S 中, $B \subseteq A$, 则 $M_B \leq M_D$ 成立的充要条件是 $\forall x \in U$ 都有 $\sigma_B(x) = \sigma_A(x)$ 成立。

对于目标信息系统 S , $B \subseteq A$, 设 A 和 B 的优势矩阵分别为 M_A 和 M_B , 目标分配矩阵为 M_D 。下面给出不协调 S 分配约简的矩阵算法。

算法 P 不协调 S 分配约简的矩阵算法^[10]。

Input 输入 S 其中: 论域为 $U = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; 条件属性集为 $A = (a_1, a_2, \dots, a_p)$; 决策属性集为 $D = (d_1, d_2, \dots, d_q)$ 。

Output S 的所有分配约简、核、目标分配矩阵等信息。

Step 01 将 S 中完全相同的行进行合并, 并记录频数。

Step 02 计算 S 的目标分配矩阵:

$$M_D = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$$

Step 03 对 S 的每个条件属性 $a_l \in A$, ($1 \leq l \leq p$), 计算其一级优势矩阵:

$$M_{\{a_l\}} = M_{\{a_l\}}^{(1)} = (\tau_1^{(1)}, \tau_2^{(1)}, \dots, \tau_n^{(1)})^T$$

将信息系统每个条件属性 a_l 的一级优势矩阵与目标分配矩阵 M_D 的第 i 行进行对比:

$$\text{for } i = 1 \text{ to } n$$

若 $0 \neq \tau_i^{(1)} \leq y_i$, 则令 $\tau_i^{(1)} = 0$ 并将得到的新矩阵记作 $FM_{\{a_l\}}^{(1)}$, 进行下一步。

Step 04 矩阵

$FM_{\{a_l\}}^{(1)} = (\tau_1^{(1)}, \tau_2^{(1)}, \dots, \tau_n^{(1)})^T$, $a_l \in A$, $1 \leq l \leq p$ 称为一级分配矩阵。若 $FM_{\{a_l\}}^{(1)} = 0$ 则输出 S 的一个一级分配约简: $\{a_l\}$; 否则转入下一步。

Step 05 由 Step 03 得到的所有非零一级分配矩阵求交得到 S 的所有二级等价优势矩阵:

$$M_{\{a_1 a_2\}}^{(2)}, (M_{\{a_1 a_2\}}^{(2)} \neq M_{\{a_1\}}^{(1)}, M_{\{a_1 a_2\}}^{(2)} \neq M_{\{a_2\}}^{(1)})$$

对所有的二级分配矩阵运用 Step 03 的方法求出目标信息系统所有的二级分配约简。

Step 06 重复 Step 05 可得到目标信息系统三级以上的分配约简, 直到得到零矩阵。

3 算法的程序实现

根据文献 [10] 的算法和粗糙集有关知识, 本节叙述程序实现部分的主要思想和方法。

根据算法 P 的思想, 在 Microsoft Visual Studio 的环境下采用 C++ 语言编写程序, 避免优势矩阵和目标分配矩阵等信息的复杂计算, 实现对基于优势关系不协调目标信息系统分配约简及核等信息的简便、快捷计算。

3.1 S 的初始化

建立结构体^[11] Individual 存储 S 的条件属性、决策属性、对象名等; 用函数 initialization 建立信息表并进行初始化, 合并相同的对象并检验对象属性值的范围。

3.2 合并 S 中完全相同的行

建立好目标信息系统的信息表后, 根据算法 P, 将信息表中完全相同的行进行合并并在合并后重新组成新的信息表。

3.3 计算优势类

对建立的新信息表用函数 Division 进行优势类计算, 其中函数 function1 依条件属性进行计算, 函数 function8 依决策属性进行计算。整个计算过程为: 搜索 \rightarrow 比较及记录对象下标 \rightarrow 标记 \rightarrow 搜索 (循环)。计算完毕后即输出对应数据。

3.4 合并相同优势类 (矩阵中相同的行)

用 delete 函数删除矩阵中相同元素的行, 即得到 D_1, D_2, D_3, \dots 。

3.5 计算 $\sigma_A(x)$

根据定义 6 定义排序函数^[12] row_sort 对前面得到的结构体链表中的 R_A^{\leq} 的行元素进行排序, R_A^{\leq} 排序后的每一行分别为 $[x_1]_A^{\leq}, [x_2]_A^{\leq}, [x_3]_A^{\leq}, \dots$ 。最后根据 $\sigma_A(x)$ 的概念, 构造函数 compare 进行计算。

3.6 计算目标分配矩阵

根据目标分配矩阵的定义, 定义函数 function 判断 M_D 中每个元素的值, 即将 $[x_j]_D^{\leq}$ 中的每一个元素与 $\sigma_A(x_i)$ 比较, 从而确定 M_D 每个元素的值。建立函数 creatmd 计算出目标分配矩阵。

3.7 计算一级优势矩阵

程序采用三维数组^[13] 对优势矩阵进行存储。

第一维对应目标信息系统不同条件属性 a_i 下的 $M_{\{a_j\}}^{(1)}$ 对应的矩阵为 $M a [i] [50] [50]$ 。

定义函数 `fun_M a (Individual* h, int t, int M a [] [50] [50])`, 计算 S 的一级优势矩阵。其中, 参数 t 对应 $M_{\{a_j\}}^{(1)}$ 中的 j ; 用初始化信息表中的单链表以及指针 $l^{[13]}$ 比较进行计算。

3.8 计算一级分配矩阵

根据算法 P, 定义函数 `fun_seramp` 计算 S 的一级分配矩阵, 并将求得的一级分配矩阵 $FM_{\{a_j\}}^{(1)}$ 直接覆盖原来的一级优势矩阵 $M_{\{a_j\}}^{(1)}$, 因此, $FM_{\{a_j\}}^{(1)}$ 仍采用三维数组进行存储。

构造函数 `judge_zero` 对求得的一级分配矩阵进行判断。若 $FM_{\{a_j\}}^{(1)} = 0$ 则输出目标信息系统的 一个一级分配约简为 $\{a_i\}$; 否则, 使用下面函数计算。

建立函数 `fun_setcombine` 对所有非零一级分配矩阵求交, 得到目标信息系统的二级等价优势矩阵。

反复调用 `fun_seramp`、`judge_zero` 函数, 得到目标信息系统更高级分配矩阵和更高级分配约简。

3.9 计算 S 的所有分配约简

本文的程序是基于 10×5 的目标信息系统, 最多可能得到 9 级分配约简。这里采用“回溯”思想^[12-13], 先求出所有可能的约简, 然后采用 `judge_zero` 进行验证判断, 从而得到目标信息系统的所有分配约简。

3.10 计算 S 的核

定义函数 `fun_AnB` 对信息系统的所有约简求交集, 得到信息系统的核。

最后在 Visual Studio 环境下将程序打包成输出软件^[11-12, 14], 软件主界面如图 1 所示。

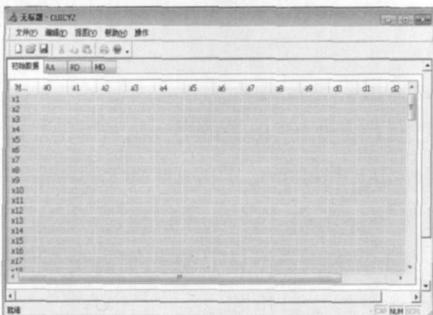


图 1 软件主界面

4 实例分析

为了检验程序计算的正确性和有效性, 给出一个实例加以验证和说明。表 1 是一个优势关系的目标信息系统。

表 1 优势关系信息系统

| U | AU {d} | | | |
|-------|--------|-------|-------|-----|
| | a_1 | a_2 | a_3 | d |
| x_1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| x_2 | 2 | 1 | 2 | 2 |
| x_3 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| x_4 | 1 | 3 | 3 | 2 |

按照本文的基本概念和文献 [10] 的算法采用人工计算, 得到的各优势类为:

$$\begin{aligned}
 [x_1]_A^{\leq} &= \{x_1, x_4\}; [x_2]_A^{\leq} = \{x_2\}; \\
 [x_3]_A^{\leq} &= \{x_1, x_3, x_4\}; [x_4]_A^{\leq} = \{x_4\}; \\
 [x_1]_D^{\leq} &= \{x_1\}; [x_2]_D^{\leq} = [x_4]_D^{\leq} = \{x_1, x_2, x_4\}; \\
 [x_3]_D^{\leq} &= \{x_1, x_2, x_3, x_4\}.
 \end{aligned}$$

按照定义 7 和定义 8 可以得到条件属性 A 的优势矩阵、每个条件属性的优势矩阵以及信息系统的目标分配矩阵分别为:

$$\begin{aligned}
 M_A &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, M_{\{a_1\}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \\
 M_{\{a_2\}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, M_{\{a_3\}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
 M_D &= M_{\{d\}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

根据算法 P 可以看到: 没有得到信息系统的 一级分配约简。计算一级分配矩阵得到:

$$FM_{\{a_1\}}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, FM_{\{a_2\}}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$FM_{\{a_3\}}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

二级优势矩阵:

$$M_{\{a_1, a_2\}}^{(2)} = FM_{\{a_1\}}^{(1)} \cap FM_{\{a_2\}}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{\{a_1, a_3\}}^{(2)} = FM_{\{a_1\}}^{(1)} \cap FM_{\{a_3\}}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$M_{\{a_2, a_3\}}^{(2)} = FM_{\{a_2\}}^{(1)} \cap FM_{\{a_3\}}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

根据算法 P, 可以得到二级分配约简为 $\{a_b, a_2\}$ 、 $\{a_1, a_3\}$ 。令

$$FM_{\{a_1, a_2\}}^{(2)} \cap FM_{\{a_1, a_3\}}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

计算结束。

因此, 由算法 P 得到实例目标信息系统的分配约简是 $\{a_b, a_2\}$ 、 $\{a_1, a_3\}$; 目标信息系统的核为 $\{a_b, a_2\} \cap \{a_1, a_3\}$, 即 $\{a_1\}$ 。

采用本文设计的软件进行计算, 结果见图 2~9。

| 初始数据 | RA | RD | MD | |
|------|----|----|----|----|
| x0 | x1 | x2 | x3 | x4 |
| 1 | 4 | | | |
| 2 | | | | |
| 1 | 3 | 4 | | |
| 4 | | | | |

图 2 各个对象的条件属性优势类

| 初始数据 | RA | RD | MD | |
|------|----|----|----|----|
| x0 | x1 | x2 | x3 | x4 |
| 1 | | | | |
| 1 | 2 | 4 | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | |
| 1 | 2 | 4 | | |

图 3 各个对象的目标属性优势类

| Ma1 | Ma2 | Ma3 | | |
|-----|-----|-----|----|----|
| x0 | x1 | x2 | x3 | x4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | |

图 4 条件属性 a_1 的一级分配矩阵

| Ma1 | Ma2 | Ma3 | | |
|-----|-----|-----|----|----|
| x0 | x1 | x2 | x3 | x4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | |

图 5 条件属性 a_2 的一级分配矩阵

| Ma1 | Ma2 | Ma3 | | |
|-----|-----|-----|----|----|
| x0 | x1 | x2 | x3 | x4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | |

图 6 条件属性 a_3 的一级分配矩阵

| 初始数据 | RA | RD | MD | |
|------|----|----|----|----|
| x0 | x1 | x2 | x3 | x4 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | |

图 7 信息表的目标分配矩阵

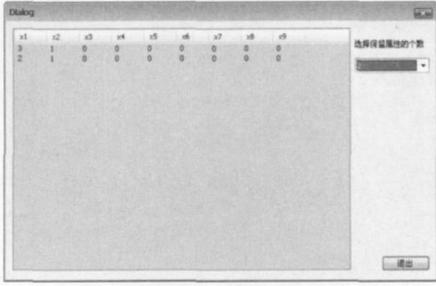


图8 目标信息系统的所有分配约简

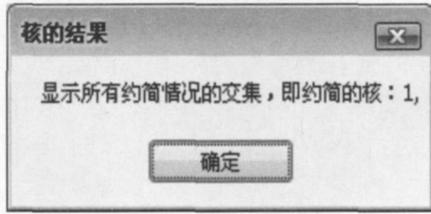


图9 目标信息系统的核

结果表明:实例给定的目标信息系统的所有分配约简是 $\{a_1, a_2\}$ 、 $\{a_1, a_3\}$;核是 $\{a_1\}$ 。

采用本文设计的程序计算得到表1优势关系目标信息系统的所有分配约简是 $\{a_1, a_2\}$ 、 $\{a_1, a_3\}$;核是 $\{a_1\}$,结论与人工计算的结果是一致的,从而验证了算法P和本文所设计程序的正确性和有效性。

5 结束语

根据文献[10]给出的计算优势关系下分配约简的矩阵算法,用C++语言编程,开发计算分配约简的软件,实现了对不协调优势关系目标信息系统的优势类、分配矩阵、优势矩阵以及分配约简和核的快速计算和输出,为今后研究相关应用提供简便的计算工具。本程序针对 10×5 的目标信息系统,对目标信息系统的属性个数和对象个数进行了限制。在具体问题中,目标信息系统的数目不局限于此,该程序还可以继续修改,将属性数和对象数控制为根据输入动态设定的变量,以增强

该程序的灵活性和实用性。

参考文献:

- [1] 张文修,吴伟志,梁吉业,等.粗糙集理论与方法[M].北京:科学出版社,2001
- [2] 何薇,徐伟华.信息检索的粗糙集方法[J].重庆理工大学学报:自然科学版,2010,24(9):84-88
- [3] 徐伟华,刘士虎,张文修.一般二元关系下基于粗糙隶属函数的程度粗糙集[J].重庆理工大学学报:自然科学版,2010,24(10):101-108
- [4] 徐伟华,张文修.基于优势关系下不协调目标信息系统的分布约简[J].模糊系统与数学,2007,21(4):124-131
- [5] 张文修,米据生,吴伟志.不协调目标信息系统的知识约简[J].计算机学报,2003,26(1):12-18
- [6] Zhang Xiaoyan, Xu Weihua. A novel approach to roughness measure in fuzzy rough sets[J]. Advances in Soft Computing 2007, 40: 775-780
- [7] 张文修,梁怡,吴伟志.信息系统与知识发现[M].北京:科学出版社,2003
- [8] Xu Weihua, Zhang Wenxi. Methods for knowledge reduction in inconsistent ordered information systems[J]. Journal of Applied Mathematics and Computing 2008, 26(1/2): 313-323
- [9] 徐伟华,张文修.基于优势关系下的协调近似空间[J].计算机科学,2005,32(9):164-165
- [10] 徐伟华,张文修.基于优势关系下信息系统分配约简的矩阵算法[J].计算机科学,2006,33(2):182-184
- [11] 刘春辉,徐健飞. Visual C++ 程序设计[M].北京:电子工业出版社,2008
- [12] 杨友东,王琛琛. Visual C++ 程序设计全程指南[M].北京:电子工业出版社,2009
- [13] 钱能. C++ 程序设计教程[M].2版.北京:清华大学出版社,2005
- [14] 刘晓华.精通MFC[M].北京:电子工业出版社,2004

(责任编辑 刘 舸)